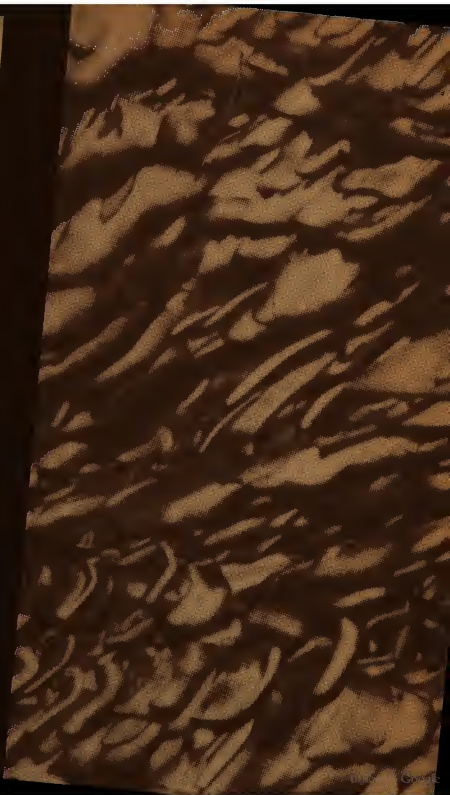


NA

211









The book cover features a central white rectangular label with rounded corners, containing the title 'TOPOGRAFIA'. This label is surrounded by a wide, ornate border. The border consists of a thick, black, interlocking geometric pattern (resembling a Greek key or meander) that frames a lighter, textured background. This background has a repeating pattern of stylized, overlapping diamond or lozenge shapes in shades of green and yellow. The entire design is enclosed within a thin, dark outer border.

TOPOGRAFIA

8475

SBN 596.680 Kalar ALVI 177

TOPOGRAFIA

SAGGIO DI MATEMATICHE APPLICATE

DI CUI PUBBLICAMENTE SI ESPONGONO

I SIGNORI

D. Gaetano Andriani - D. Giuseppe Greco
D. Vito Valentini

STUDENTI DI FILOSOFIA E MATEMATICA

NEL COLLEGIO DELLE SCUOLE PIE DI GALATINA

SOTTO LA DIREZIONE DEL P. LETTORE

LUCIO MUSCOGIURI



NAPOLI

STABILIMENTO TIPOGRAFICO DI GAETANO NOBILE

Vicoletto Salata a' Ventaglietti n. 14.

1855





PREFAZIONE

In essa primamente viene fatto un cenno intorno alle ragioni, per le quali ci siamo consigliati di offrire al pubblico un saggio di topografia, anzichè quanto si è percorso in questo primo anno degli studii filosofici e matematici. In secondo luogo si toccherà dell'oggetto, su cui si aggira la topografia, e delle parti di essa, le quali abbiamo ragionevolmente dovuto tacere. E finalmente, cennato il processo metodico da noi adoperato nell'insegnamento, si espone l'ordine con cui si succedono le materie di questo saggio.





SOMMARIO

Delle materie esposte in questo saggio

CAPITOLO PRIMO

TRIGONOMETRIA RETTILINEA.

1. Le principali operazioni topografiche hanno per iscopo la determinazione del valore numerico di ciascuna delle set parti componenti qualunque triangolo rettilineo. E come la soluzione di tali triangoli è l'oggetto della trigonometria rettilinea, così fa mestieri premettere lo svolgimento delle teoriche di questa importantissima parte delle scienze matematiche. Ma fatte alcune considerazioni per rapporto alla introduzione degli archi e degli angoli nel calcolo adoperandosi la stessa unità, cul vengono rapportate le linee, si stabiliscono innanzi tutto alcune formole generiche, dalle quali si rileva la connessione esistente fra le linee trigonometriche, e la dipendenza del valore di un angolo, o di un arco, dalla grandezza di esse linee. Le formole sono:

$$\begin{array}{ll} \operatorname{sen}^2 a + \cos^2 a = 1 & \operatorname{tang} a = \frac{\operatorname{sen} a}{\cos a} \\ \operatorname{tang}^2 a + 1 = \sec^2 a & \cot a = \frac{\cos a}{\operatorname{sen} a} \\ \cot^2 a + 1 = \operatorname{cosec}^2 a & \sec a = \frac{1}{\cos a}. \end{array}$$

Per le quali viene stabilita quest'altra; $\operatorname{tang} a \cot a = 1$, ch'esprime il rag-

gio essere anche medio-proporzionale fra la tangente e la cotangente, e da ultimo

$$\operatorname{sen} a = \sqrt{1 - \cos^2 a} = \frac{\operatorname{tang} a}{\sqrt{1 + \operatorname{tang}^2 a}}; \quad \cos a = \sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 a} = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tang}^2 a}}$$

che sono di grande utilità sì ne' lavori topografici, che in quelli concernenti le altre teoriche della Geodesia.

2. Essendo dati i seni, ed i coseni di due archi a , e b , si determina facilmente il valore del seno, del coseno, della tangente, e della cotangente della loro somma, e della loro differenza. Perciò si stabiliscono le formole

$$\begin{aligned} \operatorname{sen}(a \pm b) &= \operatorname{sen} a \cos b \pm \cos a \operatorname{sen} b \\ \cos(a \pm b) &= \cos a \cos b \mp \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b \end{aligned}$$

$$\operatorname{tang}(a \pm b) = \frac{\operatorname{tang} a \pm \operatorname{tang} b}{1 \mp \operatorname{tang} a \operatorname{tang} b}$$

$$\cot(a \pm b) = \frac{\cot a \cot b \mp 1}{\cot b \pm \cot a}, \text{ le quali riguardano}$$

tanto gli archi più grandi di 90° , quanto i più piccoli, dando però al seni, ed ai coseni quel segno, ch'è loro conveniente per le rispettive posizioni.

3. Il problema intorno alla duplicazione ed alla triplicazione di un arco, il quale ha stretto collegamento con l'altro problema della trisezione di un angolo, viene risolto per il calcolo trigonometrico; perciocchè in questo v'ha il principio ed il mezzo acconcio a determinare il valore del seno, del coseno, della tangente e della cotangente di un duplice e triplice arco, dove si conosca il seno, il coseno, la tangente, e la cotangente dell'arco semplice. Per la duplicazione di un arco si stabiliscono le formole

$$\operatorname{sen} 2a = 2 \operatorname{sen} a \cos a; \quad \operatorname{tang} 2a = \frac{2 \operatorname{tang} a}{1 - \operatorname{tang}^2 a}$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \operatorname{sen}^2 a; \quad \cot 2a = \frac{\cot^2 a - 1}{2 \cot a}; \text{ e per la tri-}$$

plicazione:

$$\operatorname{sen} 3a = 3 \operatorname{sen} a - 4 \operatorname{sen}^3 a; \quad \operatorname{tang} 3a = \frac{3 \operatorname{tang} a - \operatorname{tang}^3 a}{1 - 3 \operatorname{tang}^2 a}$$

$$\cos 3a = 4 \cos^3 a - 3 \cos a; \quad \cot 3a = \frac{\cot^3 a - 3 \cot a}{3 \cot^2 a - 1}.$$

4. Mediante il quadrato del raggio uguale alla somma de' quadrati del seno e del coseno si cavano dal valore del coseno di un arco doppio le for-

mole seguenti, destinate ad eseguire la divisione di qualunque arco in due parti uguali:

$$\begin{aligned} \operatorname{sen} \frac{1}{2}a &= \sqrt{\frac{1 - \cos a}{2}}; \operatorname{tang} \frac{1}{2}a = \frac{1 - \cos a}{\operatorname{sen} a} \\ \cos \frac{1}{2}a &= \sqrt{\frac{1 + \cos a}{2}}; \cot \frac{1}{2}a = \frac{1 + \cos a}{\operatorname{sen} a}. \end{aligned}$$

5. Nel quadrante la grandezza de'seni, delle tangenti, e delle secanti cresce, e correlativamente decresce quelle de'coseni, delle cotangenti e delle cosecanti, nello stesso modo che va crescendo l'arco. Perciò, avendo per fermo che $\operatorname{sen} 0^\circ = 0$, $\cos 0^\circ = 1$, $\operatorname{sen} 90^\circ = 1$, $\cos 90^\circ = 0$, se nelle formole destinate ad esprimere il seno, ed il coseno della somma di due archi a e b si danno successivamente ad essi archi i valori:

$$\begin{array}{l|l|l|l} a = 90^\circ & a = 90^\circ & a = 180^\circ & a = 180^\circ \\ b = 0 & b = 90^\circ & b = 90^\circ & b = 180^\circ \end{array}$$

si hanno queste espressioni

$$\operatorname{sen} 90^\circ = 1, \operatorname{sen} 180^\circ = 0, \operatorname{sen} 270^\circ = -1, \operatorname{sen} 360^\circ = 0$$

$$\cos 90^\circ = 0, \cos 180^\circ = -1, \cos 270^\circ = 0, \cos 360^\circ = 1,$$

e le seguenti formole per rapporto al valore di b compreso fra 0° e 90°

$$\operatorname{sen} \begin{cases} 90^\circ \pm b = \pm \cos b \\ 180^\circ \pm b = \mp \operatorname{sen} b \\ 270^\circ \pm b = -\cos b \\ 360^\circ \pm b = \pm \operatorname{sen} b \end{cases} \quad \left\| \quad \cos \begin{cases} 90^\circ \pm b = \mp \operatorname{sen} b \\ 180^\circ \pm b = -\cos b \\ 270^\circ \pm b = \pm \operatorname{sen} b \\ 360^\circ \pm b = +\cos b. \end{cases}$$

Lo stesso procedimento si adopera per trovare quelle concernenti il vario valore della tangente e della cotangente, compreso fra 0° e 90° .

6. Le formole trigonometriche con le molteplici loro trasformazioni vengono, secondo le svariate circostanze di tempo e di luogo, applicate ne' lavori topografici. Ma sono di uso frequente e di grandissima importanza in topografia quelle destinate a determinare tre delle sei grandezze di qualunque triangolo, quando si conoscano le tre altre in modo da essere solubile il problema.

Laonde si stabiliscono le formole seguenti :

$$\begin{aligned} 1. \left\{ \begin{array}{l} a = \frac{b \operatorname{sen} A}{\operatorname{sen} B} \\ b = \frac{c \operatorname{sen} B}{\operatorname{sen} C} \\ c = \frac{a \operatorname{sen} C}{\operatorname{sen} A} \end{array} \right. & 2. \left\{ \begin{array}{l} \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \\ \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \\ \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \end{array} \right. & 3. \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{tang} \frac{A-B}{2} = \frac{(a-b) \operatorname{tang} \frac{A+B}{2}}{a+b} \\ \operatorname{tang} \frac{A-C}{2} = \frac{(a-c) \operatorname{tang} \frac{A+C}{2}}{a+c} \\ \operatorname{tang} \frac{B-C}{2} = \frac{(b-c) \operatorname{tang} \frac{B+C}{2}}{b+c} \end{array} \right. \end{aligned}$$

Per le quali si risolvono tutti i casi possibili de' problemi trigonometrici, in ordine ai triangoli rettilinei. I soli casi, che possono aver luogo, sono 1° essendo dato un lato co' due angoli adiacenti, trovare i due altri lati ed un terzo angolo; 2° essendo dati due lati con l'angolo compreso da essi, o ad uno di essi opposto, trovare il terzo lato e gli altri due angoli; 3° essendo dati i tre lati trovare i tre angoli.

ARTICOLO I.

SVOLGIMENTO NUMERICO DE' TRIANGOLI RETTILINEI IN GENERALE.

I. Dato un lato $a = 120^m$ e gli angoli adiacenti $B = 60^\circ$, e $D = 48^\circ$ si trova il terzo angolo $A = 72^\circ$, ed i due lati $b = 109^m, 27$; $c = 93^m, 765$.

II. Dati due lati $a = 120^m$ $b = 109^m, 27$ e l'angolo compreso $C = 48^\circ$ si trovano gli altri due angoli $A = 72^\circ$ $B = 60^\circ$, ed il terzo lato $c = 93^m, 765$.

III. Dati due lati $a = 120^m$ $b = 109^m, 27$ e l'angolo $A = 72^\circ$ opposto ad uno di essi trovansi gli angoli $B = 60^\circ$ $C = 48^\circ$, ed il terzo lato $c = 93^m, 765$.

IV. Dati i tre lati $a = 120^m$, $b = 109^m, 27$, $c = 93^m, 765$ si trovano i tre angoli $A = 72^\circ$, $B = 60^\circ$, $C = 48^\circ$.

ARTICOLO II.

Quando il triangolo è rettangolo v'ha qualche modificazione fra i dati. I differenti casi riduconsi ai seguenti, che sono altresì risolti con valori numerici.

I. Data l'ipotenusa $b = 125^m$ ed uno degli angoli acuti $C = 65^\circ$ si trovano i due cateti $c = 113^m, 29$, $a = 52^m, 828$.

II. Dato un cateto $a = 52^m, 828$ ed uno degli angoli acuti $C = 65^\circ$ si trova l'ipotenusa $b = 125^m$ e l'altro cateto $c = 113^m, 29$.

III. Dati i due cateti $a = 52^m, 828$ $c = 113^m, 29$ si trova un angolo acuto $A = 25^\circ$, e l'ipotenusa $b = 125^m$.

IV. Data l'ipotenusa $b = 125^m$ ed un cateto $c = 113^m, 29$ si trova un angolo acuto $C = 65^\circ$, e l'altro cateto $a = 52^m, 828$.

ARTICOLO III.

La topografia in ordine ai principii matematici, adoperati nelle sue operazioni, è una successiva applicazione de' teoremi di geometria e di trigonometria rettilinea. Ma tale applicazione co' suoi procedimenti metodici varia conforme alla varietà della figura delle terre, e delle condizioni locali, in cui è obbligato il calcolatore a situarsi per eseguire i lavori topografici. Pertanto non potendosi qui dare senza sterilità prolissità lo

svolgimento analitico de' casi molteplici , che svariatamente possono avere luogo in coteste operazioni, se ne svolgono i principali ne' seguenti problemi.

I. Dovendosi determinare la distanza b fra due luoghi A , e C separati da una laguna, o da un bosco, ed inaccessibili per la linea retta di loro direzione, se ne misura la distanza a , e c da un altro luogo B con l'angolo $B=24^{\circ}44'$ ed i lati $a=402^m,9$ $c=77^m,8$ si ha la distanza $b=44^m,465$.

II. Per conoscere la distanza fra due luoghi A e B , al primo de' quali è impossibile l'accesso, per il corso di un fiume che si frappone, si misura cominciando da B una lunghezza $a=100^m$ con gli angoli adiacenti $B=56^{\circ}10'$, $C=37^{\circ}25'$, e per questi valori trovati si ottiene la distanza domandata $c=60^m,88$.

III. Per conoscere la distanza c fra due luoghi A e B inaccessibili si misura primamente una linea qualunque $CD=100^m$, e da ciascuno de' termini C e D di questa lunghezza misurati gli angoli $ACD=88^{\circ}30'$, $BCD=45^{\circ}48'$, $BDC=87^{\circ}26'$, $ADC=47^{\circ}$ si perviene alla conoscenza della distanza $c=5440^m$.

IV. Dovendosi determinare l'altezza AB di un edificio, il cui piede A è accessibile, si misura la lunghezza $AD=81^m,56$, e per lo strumento elevato $4^m,36$ dal suolo, supposto presso a poco in livello, si misura l'angolo $D=47^{\circ}23'$. E per tale modo si trova $AB=89^m$.

Se il piede dell'edificio fosse inaccessibile, o invisibile, v' ha pure il metodo, per cui operando se ne determina l'altezza.

CAPITOLO SECONDO

LIVELLAZIONE TOPOGRAFICA.

4. La differenza delle altezze di due o più luoghi si ottiene a preferenza direttamente per via della livellazione. L'archipensolo, ed il livello ad acqua sono adoperati per eseguire i livellamenti, ne' quali si cerca una sufficiente precisione, come per lastricare le pubbliche vie, ed i terrazzi, per dare il corso alle acque negli acquidotti, e per indicare la curva di livello o di pendio nelle carte topografiche; ma ove si chiedesse una livellazione più precisa è mestieri adoperare il livello a bolla d'aria, e segnatamente quello perfezionato dal Signor Chezy con la introduzione in esso di un piccolo cannocchiale, acconcio al conseguimento esatto dello scopo.

2. Soventi volte accade che i termini di livellazione abbiano fra loro tale distanza e tali ostacoli da essere insufficiente una sola stazione intermedia, ed impossibili ancora le operazioni senza fare un numero convenevole di circuiti per averne l'altezza corrispondente. Cennato dunque

tale modo di operare per consecutive stazioni, e di vincere per circuiti gli ostacoli, che si frappongono, si stabilisce per differenza di livello fra due stazioni estreme la formola $\alpha = a' + b' + c' + \dots - (a + b + c \dots)$

3. Ove i termini estremi, che debbonsi livellare, fossero lontanissimi, e non si avesse la possibilità di stabilire fra loro un numero sufficiente di stazioni, è rilevante per la esattezza dell'operazione calcolare la quantità dell'arco terrestre, che vi si frappone, e per cui l'asse del tubo del livello posto nella stazione M , è diretto nel punto elevato ed opposto O , si trova sopra una tangente allo sferoide terrestre. La formola $\alpha = nk^2$ esprime la quantità di abbassamento, cui O deve avere per essere livellato con M .

4. Egli è un fatto, intorno a cui non cade verun dubbio, che l'atmosfera vada continuamente soggetta a svariati mutamenti ne' suoi diversi strati; perciò nelle operazioni topografiche, relative alla determinazione della differenza di livello di due luoghi molto distanti, è altresì d'uopo fare conto della rifrazione atmosferica, per la quale gli oggetti appaiono più o meno elevati. Conforme agli sperimenti fatti da Delambre in tutti i mesi dell'anno sotto la influenza di uno stato diverso di temperatura nell'atmosfera, facendosi il coefficiente di rifrazione $m = 0,08$, valore sufficientemente esatto per questo genere di operazioni, si stabilisce la formola $\Sigma = 0,84 \alpha = \frac{0,42}{R} K^2$, la quale indica l'abbassamento, che deve

darsi ad O per essere livellato col sito M , dove si trova l'osservatore.

5. La livellazione altra è composta, altra è semplice. Fatta tale distinzione, originata dal modo con cui si livella, o per un numero di stazioni collocate fra loro a piccola distanza, o per una sola stazione, se ne reca l'applicazione numerica in ordine a due termini estremi A ed E . I valori successivi ottenuti dalla parte di A , d'onde si suppone cominciata l'operazione sono

3 ^m ,428	Quei per la parte di E , dove l'operazione finisce, sono	2 ^m ,948
0 ,360		2 ,445
3 ,688		2 ,202
3 ,067		0 ,868
4 ,444		1 ,498
1 ,351		0 ,485

dal che s'inferisce che A è superiore ad E di 4^m,493. Quanto alla livellazione semplice, ponendo che alla distanza di 4742^m sia di 3^m,453 elevato il suolo per rapporto a quello della stazione, si trova, fatte le debite correzioni per la rifrazione atmosferica, e per l'arco terrestre, la differenza di livello essere uguale a 3^m,253.

CAPITOLO TERZO

AGRIMENSURA.

I. Quando la estensione superficiale di un campo si rileva, adoperandosi gli strumenti a tale uopo costruiti, può senza veruna difficoltà essere determinata, imperciocchè mediante il rilievo eseguito con accorgimento si conoscono immediatamente i lavori numerici tanto delle basi, quanto delle altezze relative alle parti elementari, che lo costituiscono. E se venisse adoperato il grafometro per levarne la pianta sarebbe d'uopo calcolarne gli elementi per via de' metodi adoperati nella risoluzione de' triangoli. Intorno alle quali cose fatte alcune interessanti osservazioni, ed esposto il metodo di cuitellazione, vengono riepilogati i teoremi geometrici, pe' quali si valuta qualunque estensione, che abbia la forma di rettangolo, di parallelogrammo, di triangolo, di trapezio, e di qualunque altra figura terminata da linee rette.

Applicazioni Numeriche.

I. Un bosco avendo la forma rettangolare di 2023^m di lunghezza sopra 1145^m di larghezza ha l'estensione di 2316355 metri quadrati.

II. L'estensione di un campo triangolare, di cui la base ha la lunghezza di 454^m, e l'altezza di 83^m, è di 6391 m. q.

III. Un tetto ha la forma di un trapezio, i cui lati paralleli sono di 44^m,7 e di 83^m,5; e l'altezza di 9^m,4. La sua superficie è di 367 m. q., e 54 d. q.

IV. Un bacino della forma di un esagono regolare, che tiene per lunghezza d'un lato 3^m,34, e per larghezza 2^m,88, ha per superficie 44 m. q. 42 d. q. 88 c. q.

V. La superficie di un bacino circolare, il cui raggio è di 8^m, 3 ha il valore di 216 m. q. 54 d. q. ecc. ecc. ecc.

2. Quante volte la superficie, che dev'essere misurata, è irregolare, ed ha in qualche parte un limite curvilineo, vi si tracciano tali divisioni che il termine curvo possa considerarsi come risoluto in tante piccole linee rette. Siffatta operazione riduce l'area intera a forme geometriche, le quali sono distintamente calcolate pe' procedimenti ordinarii, adoperati nella valutazione delle superficie di forma rettangolare, triangolare, e via discorrendo. Ma l'area di cotesta forma può ancora ottenersi, e con approssimazione maggiore, mediante il teorema di Tommaso Simpson, il quale teorema qui si dimostra, e si raccoglie nella formola

$$A = \frac{1}{3} e \left((y + Y) + 4(y' + y'' + y''') + 2(y'' + y''') \right).$$

E ponendo ad esempio questi valori numerici:

$$e = 4^m, 26 \quad \left| \begin{array}{l} y = 4^m, 84 \\ y' = 2^m, 44 \\ y'' = 2^m, 25 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} y''' = 2^m \\ y^{IV} = 4^m, 98 \\ y^V = 4^m, 52 \end{array} \right| \quad Y = 4^m, 60 \text{ si}$$

trova $A = 44 \text{ m. q. } 45 \text{ d. q. } 64 \text{ c. q.}$

3. L'agrimensura ha pure il metodo di fare la divisione delle eredità conforme ai diritti degli eredi.

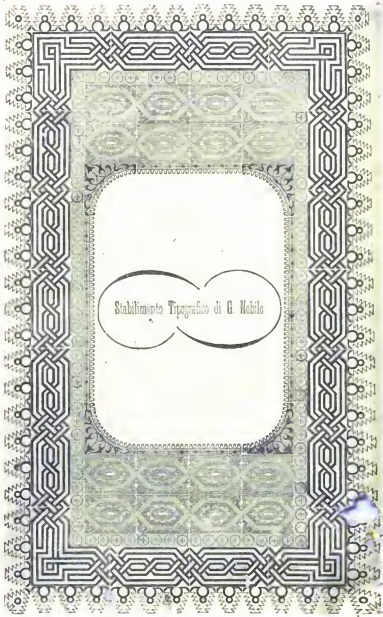
La soluzione di questo problema dev'essere fatto con molta diligenza, e soprattutto quando vi concorrono particolari condizioni d'interesse, o di località: di far terminare, a modo d'esempio, la linea di separazioni in punti determinati come sarebbe un pozzo ad uso comune, una via pubblica ec.: e fare in modo, se il terreno ha delle parti irregolari, che ciascun erede partecipi di questi svantaggi. Pertanto senza scendere nell'analisi de'moltiplici casi, che possano avvenire in tale problema, se ne dà lo svolgimento in modo generale.

Applicazioni.

4. Dividere in due parti uguali un territorio di forma regolare, che ha in uno de' suoi lati un pozzo e dividerlo in modo che il padrone di una parte possa accedere al detto pozzo per attingere acqua senza toccare il terreno dell'altro.

II. Dividere lo stesso territorio in tre parti con la medesima condizione, vale a dire che ciascuno de'padroni vada al pozzo senza porre piede nella porzione altrui.

FINE.



Stabilimento Tipografico di G. Nobile







